

COMPUTACION APLICADA A LOS DISEÑOS FACTORIALES

FRACCIONADOS DE DOS NIVELES

M. en C. Enríque Luna Ramírez
M. en C. Jorge Domínguez Domínguez

RESUMEN

La necesidad de contar con un sistema de cómputo completo y de fácil manejo para desarrollar estrategias y hacer toma de decisiones en la tarea de diseñar experimentos factoriales, en particular diseños factoriales fraccionados de dos niveles, nos condujo a la creación de FRAC2. Este sistema permite fraccionar Diseños Factoriales 2^k generando diseños de máxima resolución a través de su Estructura Alias. Permite además hacer el análisis estadístico del diseño fraccionado presentando la tabla del Análisis de Varianza, cuyos resultados pueden graficarse sobre papel normal.

La alternativa de presentar los resultados sobre papel normal es una de las características importantes del sistema ya que a través de la mera observación de la gráfica es posible, en muchas ocasiones, obtener conclusiones y tomar una decisión sobre el diseño en cuestión.

INTRODUCCION

En el control de la calidad de los productos industriales, en la investigación y en muy diversas situaciones es de interés saber la influencia de ciertos factores sobre algún fenómeno dado. Es entonces que se hace necesario diseñar un experimento que considere no sólo estos factores y su influencia sobre el fenómeno, sino también las posibles interacciones que pudiesen existir entre ellos mismos.

Debido a su simplicidad, a su funcionalidad, y a su economía, los Diseños Factoriales 2^k , esto es, diseños con K factores en donde cada factor cuenta con dos niveles durante la ejecución del experimento¹, son el tipo de diseños de uso más frecuente. Afortunadamente, existe una técnica bien definida para hacer el análisis estadístico de estos diseños conocida como el Algoritmo de Yates¹.

Como se mencionó antes, los Diseños Factoriales 2^k son los más económicos debido a su simplicidad; sin embargo, en ocasiones no es posible llevar a cabo el experimento sobre la totalidad del diseño debido a la falta de recursos y es necesario fraccionarlo, es decir, partirlo en dos, cuatro, ocho o más partes iguales y analizar sólo una de estas partes o fracciones, y en base a este análisis hacer inferencias sobre el diseño total. Para que la información que se obtiene de la fracción analizada sea confiable, se utiliza la técnica de Confusión¹ para generar las fracciones que con los generadores apropiados obtiene los diseños de máxima resolución¹. Los generadores más convenientes se eligen considerando la Estructura Alias¹ de éstos.

ANTECEDENTES

Existen ya algunos paquetes estadísticos que trabajan con Diseños Factoriales Fraccionados, pero debido a que no están especializados en esta área de la estadística resultan ser insuficientes e inaccesibles en ciertos aspectos. Dos paquetes muy conocidos son SAS y StatGraphics, entre otros. Por su parte SAS requiere de aprender una serie de instrucciones parecidas a las de un lenguaje de programación lo que hace que el paquete no sea muy amigable. En el caso de StatGraphics no es posible integrar la información de dos o más de las fracciones de un mismo diseño.

METODOS Y FUNCIONAMIENTO DE FRAC2

Al llamar a FRAC2 desde el Sistema Operativo aparece en la pantalla el menú de la figura 1. El punto [[1]] es para salir del sistema. El orden lógico para fraccionar y analizar un diseño factorial es el ascendente, comenzando en el punto [[2]] y terminando en el [[7]]; sin embargo, una vez dados los generadores que definirán las fracciones se puede ver la Estructura Alias de éstos, y así conocer la resolución del diseño.

FIGURA 1

DISEÑOS FACTORIALES 2^s FRACCIONADOS

- << 1 >> S A L I R
- << 2 >> DAR: No. de FACTORES y No. de GENERADORES
- << 3 >> DAR LOS LOS GENERADORES
- << 4 >> OBTENER LOS FRACCIONADORES
- << 5 >> ANALISIS ESTADISTICO DE UNA FRACCION
- << 6 >> OBTENER LA ESTRUCTURA ALIAS
- << 7 >> GRAFICAR LOS EFECTOS SOBRE PAPEL NORMAL

Para ilustrar el funcionamiento de FRAC2, usaremos un trabajo de investigación² dentro del área de la industria química. Se quiere analizar el porcentaje de reacción de cierta sustancia química dentro de un reactor y se cree que los siguientes cinco factores intervienen en el proceso de reacción:

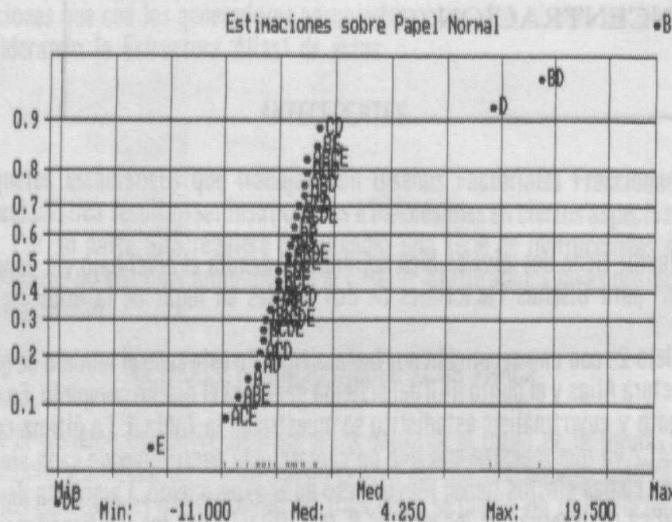
FACTOR		NIVELES	
A	FLUJO DE ALIMENTACION (litros/min)	0	1
B	CATALIZADOR (%)	10	15
C	VELOCIDAD DE AGITACION (rpm)	1	2
D	TEMPERATURA (°C)	100	120
E	CONCENTRACION (%)	140	180
		3	6

Como se observa, cada factor tiene dos niveles bien definidos: 0 denota el nivel bajo y 1 denota el nivel alto. FRAC2 utiliza la notación de las letras minúsculas¹ para Diseños Factoriales de dos niveles en lugar de la notación de ceros y unos.

Se corrió el diseño completo 2⁵ con una repetición por tratamiento. En este caso el número de generadores es 0 de manera que no habrá fracciones ni tampoco Estructura Alias y el punto [[4]] del sistema generará el diseño completo. En el punto [[5]] se capturaron las 32 respuestas que arrojó el experimento y cuyo análisis estadístico se muestra en la Tabla 1. La última columna de la tabla es otra de las características importantes de FRAC2 ya que muestra con qué porcentaje está contribuyendo cada efecto a la Suma de Cuadrados y se puede apreciar de manera inmediata cuáles efectos tienen mayor peso en el experimento. La gráfica de los efectos sobre papel normal se muestra en la figura 2. De esta gráfica se observa que los efectos B, D, E, BD y DE son los que tienen mayor peso en el experimento, lo que concuerda totalmente con la información de la Tabla 1.

Combinación	Respuesta	(5)	Efecto	E. Efecto	S. Cuad.	% S.C.
(1)	61.00	2096.00				
a	53.00	-22.00	A	-1.37	15.12	0.22
b	63.00	312.00	B	19.50	3042.00	43.83
ab	61.00	22.00	AB	1.37	15.12	0.22
c	53.00	-10.00	C	-0.62	3.12	0.05
ac	56.00	12.00	AC	0.75	4.50	0.06
bc	54.00	14.00	BC	0.87	6.12	0.09
abc	61.00	24.00	ABC	1.50	18.00	0.26
d	69.00	172.00	D	10.75	924.50	13.32
ad	61.00	-14.00	AD	-0.87	6.12	0.09
bd	94.00	212.00	BD	13.25	1404.50	20.24
abd	93.00	22.00	ABD	1.37	15.12	0.22
cd	66.00	34.00	CD	2.12	36.12	0.52
acd	60.00	-12.00	ACD	-0.75	4.50	0.06
bcd	95.00	18.00	BCD	1.12	10.12	0.15
abcd	98.00	0.00	ABCD	0.00	0.00	0.00
e	56.00	-100.00	E	-6.25	312.50	4.50
ae	63.00	2.00	AE	0.12	0.12	0.00
be	70.00	32.00	BE	2.00	32.00	0.46
abe	65.00	-30.00	ABE	-1.87	28.12	0.41
ce	59.00	14.00	CE	0.87	6.12	0.09
ace	55.00	-40.00	ACE	-2.50	50.00	0.72
bce	67.00	2.00	BCE	0.12	0.12	0.00
abce	65.00	24.00	ABCE	1.50	18.00	0.26
de	44.00	-176.00	DE	-11.00	968.00	13.95
ade	45.00	10.00	ADE	0.62	3.12	0.05
bde	78.00	-4.00	BDE	-0.25	0.50	0.01
abde	77.00	10.00	ABDE	0.62	3.12	0.05
cde	49.00	2.00	CDE	0.12	0.12	0.00
acde	42.00	16.00	ACDE	1.00	8.00	0.12
bcde	81.00	-10.00	BCDE	-0.62	3.12	0.05
abcde	82.00	-8.00	ABCDE	-0.50	2.00	0.03

Tabla 1



Los diseños fraccionados normalmente utilizan sólo una repetición del experimento por lo que es necesario contar con algún método para calcular el Cuadrado Medio del Error¹ y poder obtener la Tabla del Análisis de Varianza. FRAC2 proporciona tres alternativas para hacer esto:

Método 1.- Todos aquellos efectos que se distribuyen normalmente al momento de graficarlos sobre papel normal se consideran parte del error³, de tal suerte que la suma de Cuadrados del Error es igual a la suma de Cuadrados de todos estos efectos juntos.

Método 2.- Todos aquellos efectos cuyo porcentaje en la suma de Cuadrados es bajo, se consideran parte del error.

Método 3.- Consiste simplemente en dar una estimación previa del Cuadrado Medio del Error cuando se cuenta con ella.

Así entonces, en el punto [[5]] del menú es necesario elegir alguno de estos tres métodos para calcular el Cuadrado Medio del Error y obtener la Tabla del Análisis de Varianza posteriormente.

FRACCIONANDO CON FRAC2

Continuando con la investigación del porcentaje de reacción de la sustancia química dentro del reactor, se decidió fraccionar el diseño 2⁵ en dos partes. Obviamente se utilizó el efecto ABCDE para generar las dos fracciones, obteniendo así un diseño de resolución V, la máxima posible. Cabe mencionar que en el punto [[3]] del menú, el generador ABCDE se da como 11111, ya que todos los factores están presentes en el efecto. En caso de que algún factor no hubiese estado presente, se da un 0 en el lugar correspondiente indicando así la ausencia del factor.

En la Tabla 2 se muestran las dos fracciones generadas por ABCDE. De éstas se eligió la segunda fracción para hacer el análisis estadístico, y los resultados se muestran en la Tabla 3.

TABLA 2

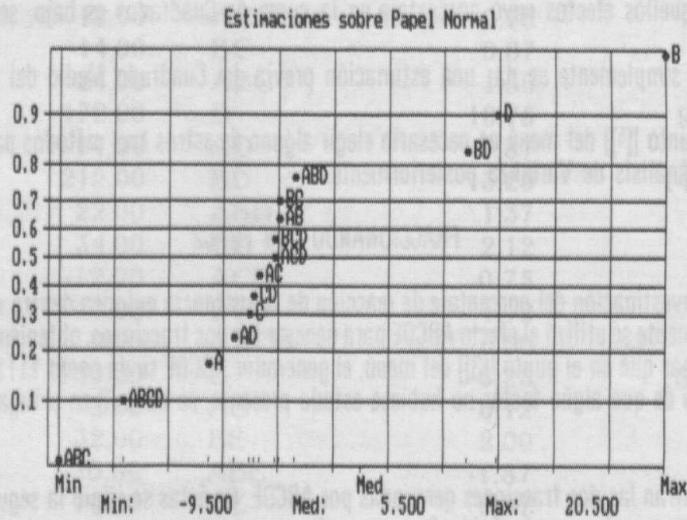
FRACCIONES DEL DISEÑO 2⁵

FRACCION 1 (1)	FRACCION 2
ab	a
ac	b
bc	c
ad	d
bd	abd
cd	acd
abcd	bcd
ae	e
be	abe
ce	ace
abce	bce
de	ade
abde	bde
acde	cde
bcde	abcde

Combinación	Respuesta	(4)	Efecto	TaE. Efecto	S. Cuad.	%S.C.
e	56.00	1044.00				
a	53.00	-16.00	A+ Alias	-2.00	16.00	0.48
b	63.00	164.00	B+ Alias	20.50	1681.00	50.47
abe	65.00	12.00	AB+ Alias	1.50	9.00	0.27
c	53.00	0.00	C+ Alias	0.00	0.00	0.00
ace	55.00	4.00	AC+ Alias	0.50	1.00	0.03
bce	67.00	12.00	BC+ Alias	1.50	9.00	0.27
abc	61.00	-76.00	ABC+ Alias	-9.50	361.00	10.84
d	69.00	98.00	D+ Alias	12.25	600.25	18.02
ade	45.00	-6.00	AD+ Alias	-0.75	2.25	0.07
bde	78.00	86.00	BD+ Alias	10.75	462.25	13.88
abd	93.00	18.00	ABD+ Alias	2.25	20.25	0.61
cde	49.00	2.00	CD+ Alias	0.25	0.25	0.01
acd	60.00	10.00	ACD+ Alias	1.25	6.25	0.19
bcd	95.00	10.00	BCD+ Alias	1.25	6.25	0.19
abcde	82.00	-50.00	ABCD+ Alias	-6.25	156.25	4.69

TABLA 3

Ya sea que se interpreten los resultados de la Tabla 3, o ya sea que se observe la gráfica de los efectos en la figura 3, nos daremos cuenta de que los efectos que tienen mayor peso en el experimento son los mismos que se obtuvieron cuando se corrió el diseño completo, concluyendo así que el proceso de fraccionar fue correcto.



En la figura 3, aparecen graficados los efectos ABCD y ABC, en lugar de los efectos E y DE, respectivamente; sin embargo, según la Estructura Alias de la Tabla 4, estos efectos son Alias, de manera que están confundidos entre sí y sus estimaciones son las mismas.

TABLA 4

ESTRUCTURA ALIAS		
>>>	IDENTIDAD:	ABCDE
>>>	A:	BCDE
>>>	B:	ACDE
>>>	C:	ABDE
>>>	D:	ABCE
>>>	E:	ABCD
>>>	AB:	CDE
>>>	AC:	BDE
>>>	AD:	BCE
>>>	AE:	BCD
>>>	ABC:	DE
>>>	ABD:	CE
>>>	ABE:	CD
>>>	ABCD:	E
>>>	ABCE:	D

CONCLUSIONES

Dada la sencillez y la efectividad de FRAC2 para trabajar con Diseños Factoriales 2k Fraccionados, resulta ser un buen apoyo para investigadores y docentes en esta área de la Estadística. Sólo se requiere un poco de tiempo para familiarizarse con el sistema y comenzar a sacarle provecho.

Dos características muy importantes del sistema son la graficación de los efectos sobre papel normal y la tabulación en porcentajes de las sumas de Cuadrados. Estas dos opciones apoyan definitivamente en el análisis del diseño para obtener conclusiones más claras.

REFERENCIAS

- 1 Montgomery, Douglas C. (1984). Design and Analysis of Experiments. Wiley, New York.
- 2 Box, G.E.P., W.G. Hunter, and J.S. Hunter (1978). Statistics for Experimenters. Wiley, New York.
- 3 Daniel, C. (1959). "Use of Half-Normal Plots in Interpreting Factorial Two Level Experiments". Technometrics, Vol. 1, pp. 311-342.
- 4 Box, G.E.P. and J.S. Hunter (1961a). "The 2k¹ Fractional Factorial Designs, Part I". Technometrics, Vol. 3, pp. 311-352.
- 5 Box, G.E.P. and J.S. Hunter (1961b). "The 2k¹ Fractional Factorial Designs, Part II". Technometrics, Vol. 3, pp. 449-458.

Este trabajo fue presentado en el V Foro Nacional de Estadística, en la Universidad Veracruzana, Xalapa, Ver., 10-13 de Septiembre de 1990.